Daudzskaldņa šķēlums ar plakni

MIKC „DDMV „Saules skola”””
Vispārējās izglītības programma
Mācību priekšmets: **Matemātika I, 3. kurss**
Autors: **Nataļja Soikāne**
2024./2025.m.g.

Anotācija

Nataļja Soikāne

Daudzskaldņa šķēlums ar plakni

Metodiskā izstrādne dod iespēju matemātikas stundās iepazīstināt izglītojamos ar telpisku ķermeņu un plaknes šķēluma jēdzienu, iemācīt konstruēt šķēlumu daudzskaldnī.

Prezentācijā apkopoti teorētiskie pamati ar uzdevumu atrisināšanas piemēriem, darbs satur arī uzdevumus patstāvīgajam darbam. Šķēlumu konstruēšana satur animācijas elementus, kas palīdz vieglāk uztvert konstruēšanas gaitu.

Mērķauditorija: izglītojamie.

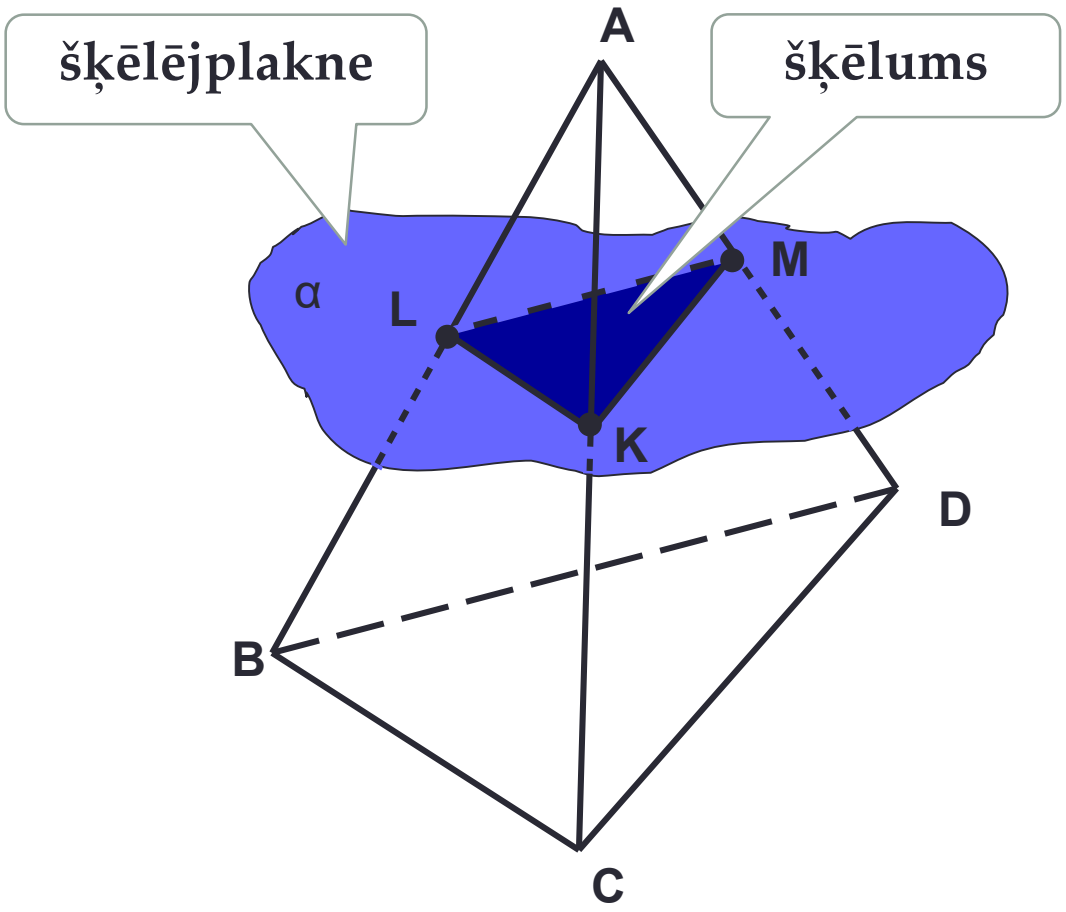
Saturs

1. Daudzskaldņa šķēlums ar plakni. Jēdzieni.
2. Īpašības, kas izmanto šķēlumu konstruēšanai.
3. Prizmas šķēlums ar plakni.
4. Piramīdas šķēlums ar plakni.
5. Uzdevumi patstāvīgajam darbam.
6. Literatūras saraksts.

1. Daudzskaldņa šķēlums ar plakni. Jēdzieni

Daudzskaldņa šķēlums ar plakni

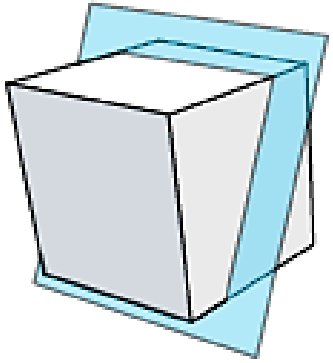
Par telpiska ķermeņa **šķēlumu** ar plakni sauc plaknes un ķermeņa kopīgo daļu.



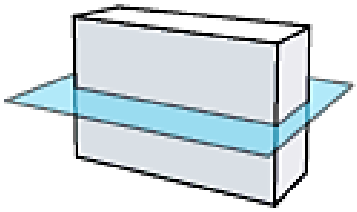
1. uzdevums

Kāda figūra ir iegūta šķēlumā? Pamato!

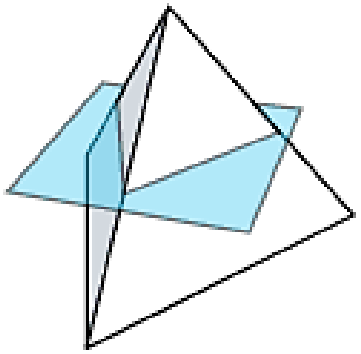
1)



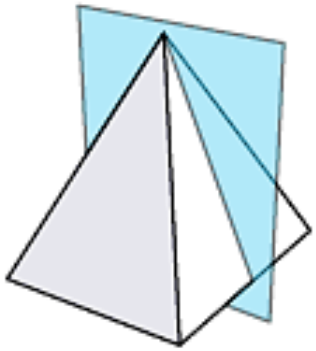
2)



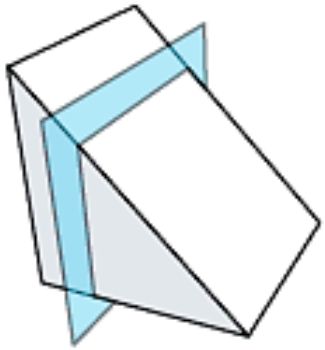
3)



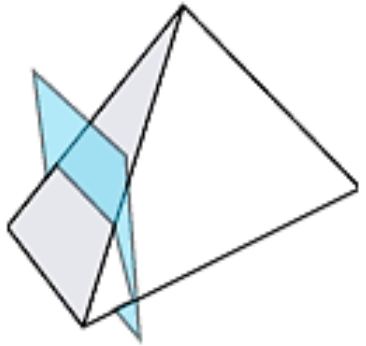
4)



5)

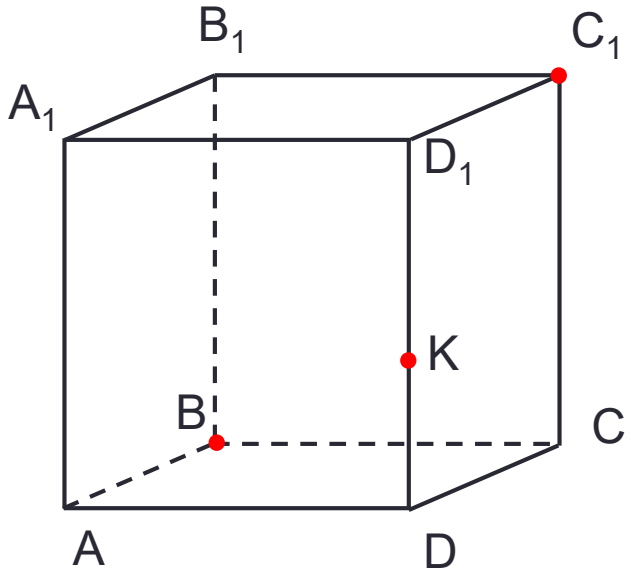


6)



2. Īpašības, kas izmanto šķēlumu konstruēšanai

Plakni viennozīmīgi iespējams novilkt **caur jebkuriem trim telpas punktiem, kas neatrodas uz vienas taisnes.**

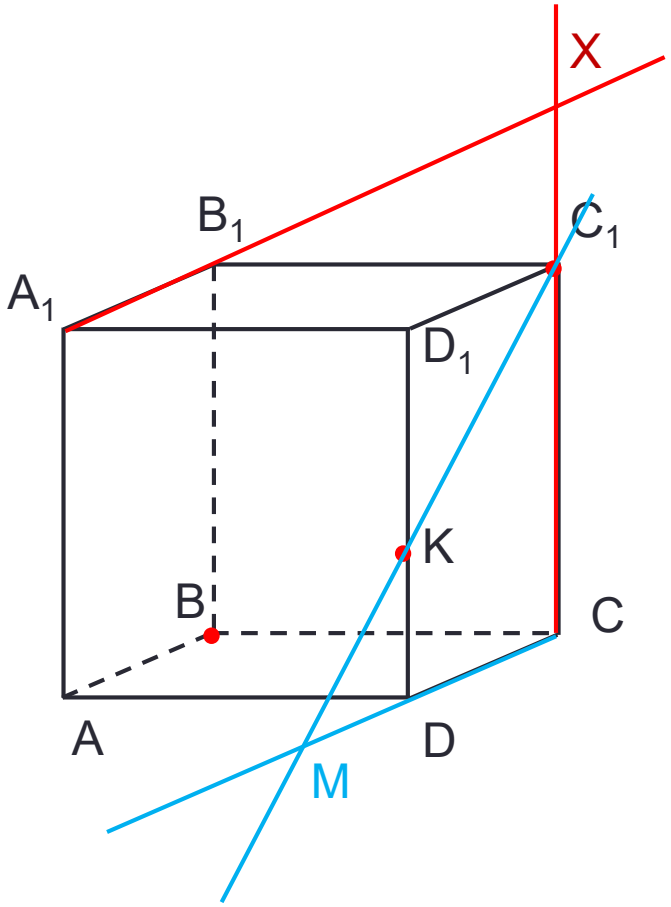


Lai konstruētu šķēlumu, izmanto šādas īpašības:

1. ja divi punkti pieder šķēluma plaknei, tad taisne, kas novilkta caur šiem punktiem, arī pieder šķēluma plaknei;
2. ja taisne pieder šķēluma plaknei, tad katrs tās punkts pieder šķēluma plaknei;
3. paralēlās plaknēs šķēluma taisnes ir paralēlas;
4. divas taisnes krustojas tikai tad, ja tās atrodas vienā plaknē.

Svarīgi zināt!

Konstruējot ķermeņa šķēlumu ar plakni, telpā **drīkst savienot tikai tādus punktus, kas atrodas vienā plaknē.**



Piemēram, dotajā attēlā

- punkts X neeksistē, jo taisnes A_1B_1 un CC_1 (sarkanā krāsā) nekrustojas, tās ir šķērsas;
- punkts M eksistē, jo abas taisnes (zilā krāsā) atrodas vienā plaknē, tās ir krustiskas.

3. Prizmas šķēlums ar plakni

Piemērs. Konstruē kuba šķēlumu ar plakni, kas novilkts caur punktiem K, L un M.

1. solis Savieno punktus K un L skaldnē AA_1D_1D. Tā ka punkti K un L atrodas šķēluma plaknē, tad arī taisne KL atrodas šķēluma plaknē (**1**).

2. solis Atrod taišņu KL un AD krustpunktu E. Tā kā taisnes KL un AD atrodas skaldnes AA_1D_1D plaknē, tad tās krustojas (**4**) un to krustpunkts E pieder šķēluma plaknei (**2**).

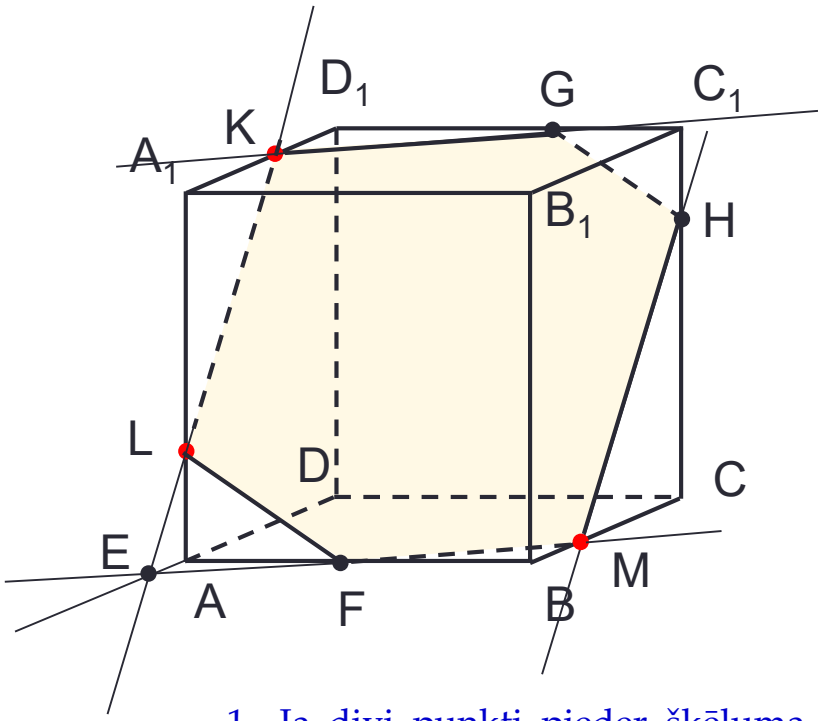
3. solis Savieno punktus E un M plaknē ABC. Punkts E pieder taisnei AD, kas atrodas skaldnē ABCD, tātad punkts E arī pieder skaldnei ABCD. Ja E un M pieder šķēlumam, tad arī taisne EM pieder šķēlumam (**1**). Taisne EM krustosies ar taisni AB, jo tās abas atrodas vienā skaldnē un to krustpunkts F arī piederēs šķēlumam.

4. solis Savieno punktus L un F skaldnē AA_1B_1B. Ja L un F pieder šķēlumam, tad arī taisne LF pieder šķēluma plaknei (**1**).

5. solis Caur punktu M skaldnē BB_1C_1C velk taisni MH paralēlu taisne LK (**3**).

6. solis Caur punktu K skaldnē $A_1B_1C_1D_1$ velk taisni KG paralēlu taisne FM (**3**).

7. solis Savieno punktus G un H skaldnē DD_1C_1C. Ja G un H pieder šķēlumam, tad arī taisne GH pieder šķēluma plaknei (**1**).



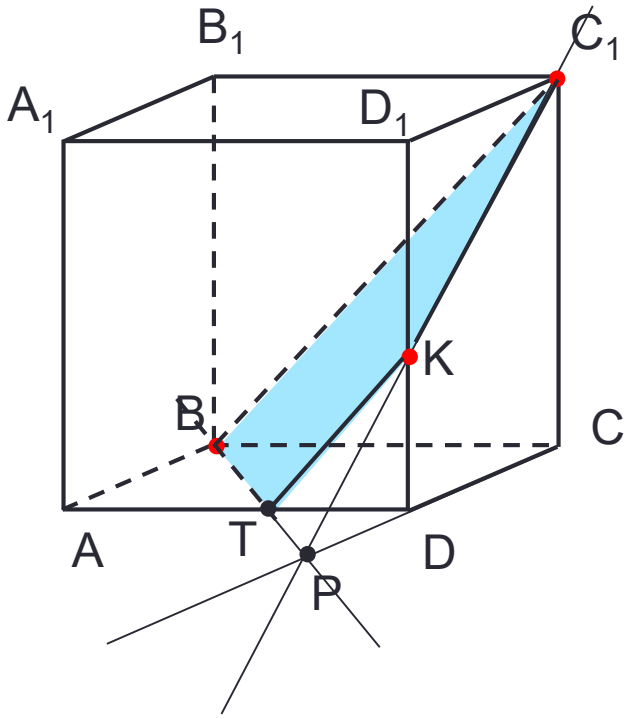
1. Ja divi punkti pieder šķēluma plaknei, tad taisne, kas novilkta caur šiem punktiem, arī pieder šķēluma plaknei.
2. Ja taisne pieder šķēluma plaknei, tad katrs tās punkts pieder šķēluma plaknei.
3. Paralēlās plaknēs šķēluma taisnes ir paralēlas.
4. Divas taisnes krustojas tikai tad, ja tās atrodas vienā plaknē.

Ir iegūts kuba un plaknes šķēlums – sešstūris LKGHMF.

Piemērs. **Dots kubs $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Punkts K pieder šķautnei DD_1**

a) Konstruē punktu P, kurā taisne C_1K krusto plakni ABC.

Novelk nogriezni C_1K. Pagarina šķautni DC.
Iegūst taišņu krustpunktu P.
Tā kā D un C atrodas plaknē ABC, tad arī P pieder plaknei ABC.



Atbilde: $\mathbf{P = C_1K \cap CD}$.

b) Konstruē taisni, pa kuru šķeļas plaknes C_1KB un ABC.

Punkti B un P atrodas vienā plaknē ABC, tos drīkst savienot, iegūst plaknes C_1KB un ABC šķēluma nogriezni BT.

Plaknes C_1KB un ABC šķeļas pa taisni BP.

Atbilde: $\mathbf{C_1KB \cap ABC = BP}$.

c) Konstruē kuba $ABCDA_1B_1C_1D_1$ šķēlumu ar plakni C_1KB.

Punkti B un C_1 atrodas vienā plaknē BB_1C_1, tos drīkst savienot, iegūst šķēluma nogriezni BC_1.

Punkti K un T atrodas vienā plaknē ADD_1, tos drīkst savienot, iegūst šķēluma nogriezni TK.

Atbilde: Kuba $ABCDA_1B_1C_1D_1$ šķēlums ar plakni C_1KB ir **četrstūris C_1KTB**.

2. uzdevums

Dots paralēlskaldnis $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

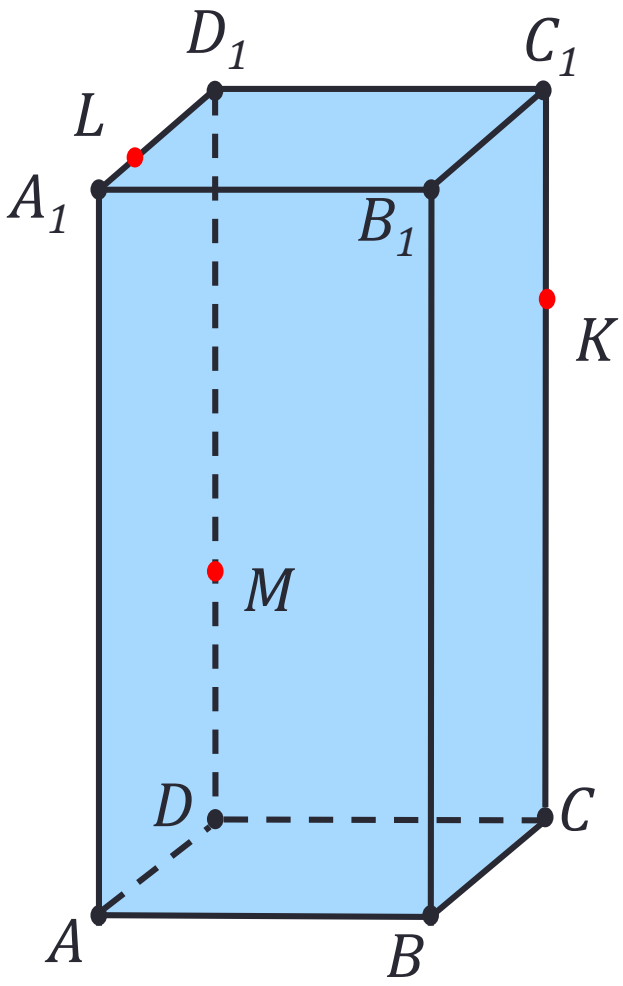
$K \in CC_1$

$L \in A_1D_1$

$M \in DD_1$

Konstruē paralēlskaldņa šķēlumu ar plakni KLM!

Apraksti konstrukcijas gaitu!



2. uzdevums

Dots paralēlskaldnis $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

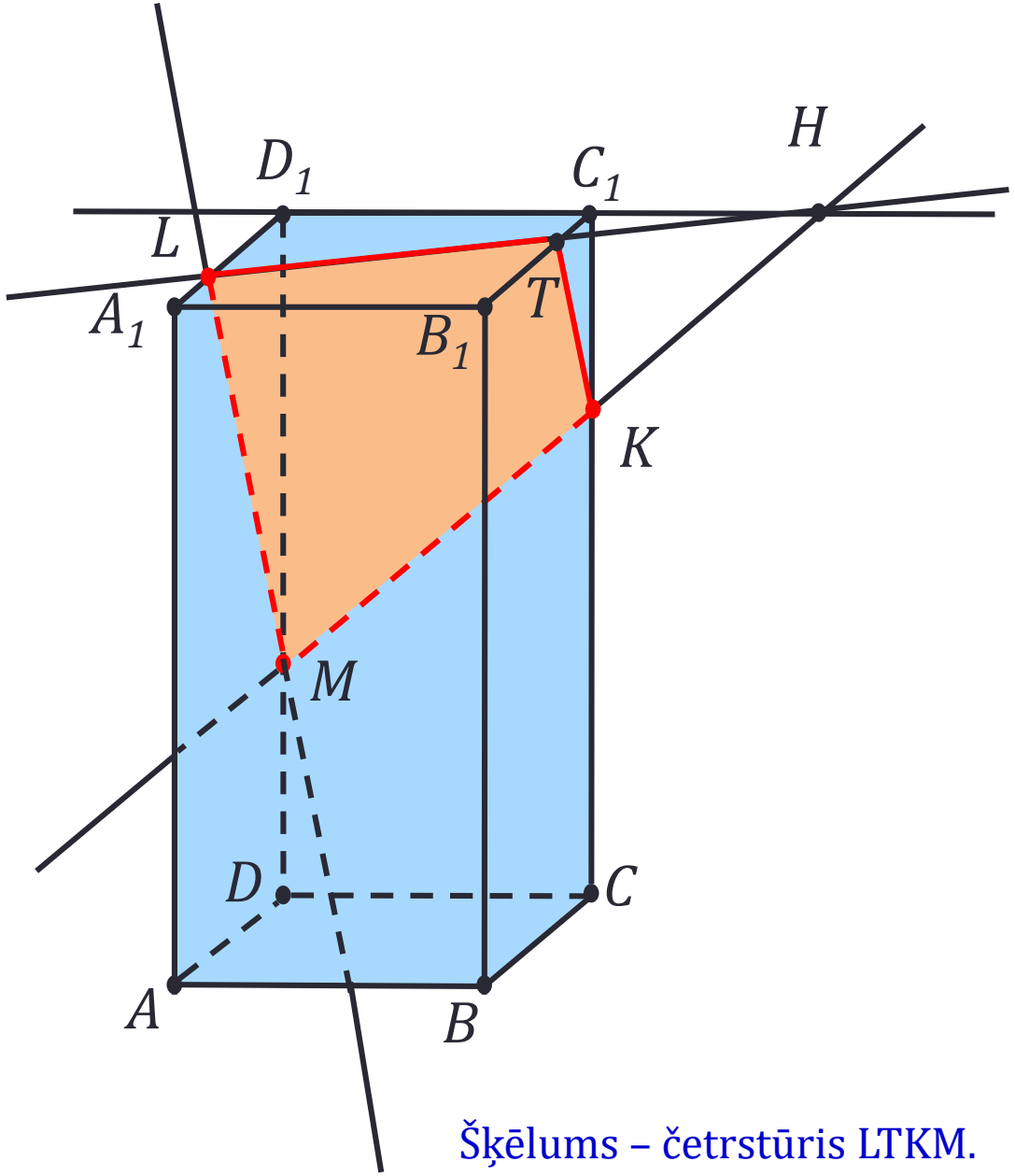
$K \in CC_1$

$L \in A_1D_1$

$M \in DD_1$

Konstruē paralēlskaldņa šķēlumu ar plakni KLM!

Apraksti konstrukcijas gaitu!



Šķēlums – četrstūris LTKM.

3. uzdevums

Dots paralēlskaldnis $ABCDEFGH$. Konstruē paralēlskaldņa šķēlumu ar plakni, kas novilkts caur punktiem I, J un K. Turpini iesākto konstrukcijas gaitu. Izvēlies dažus konstrukcijas punktus un veido pierakstu, izmantojot simbolus.

1) Punktus I un J drīkst savienot, jo tie atrodas vienā plaknē EFG (skaldnē $EFGH$), līdz ar to taisne IJ arī atrodas šķēluma plaknē.

2) Taisne EF ir plakņu EFG un ABF (skaldnes $ABFE$) kopīgā šķautne.

3) Pagarinot taisnes EF un IJ, atrod krustpunktu L.

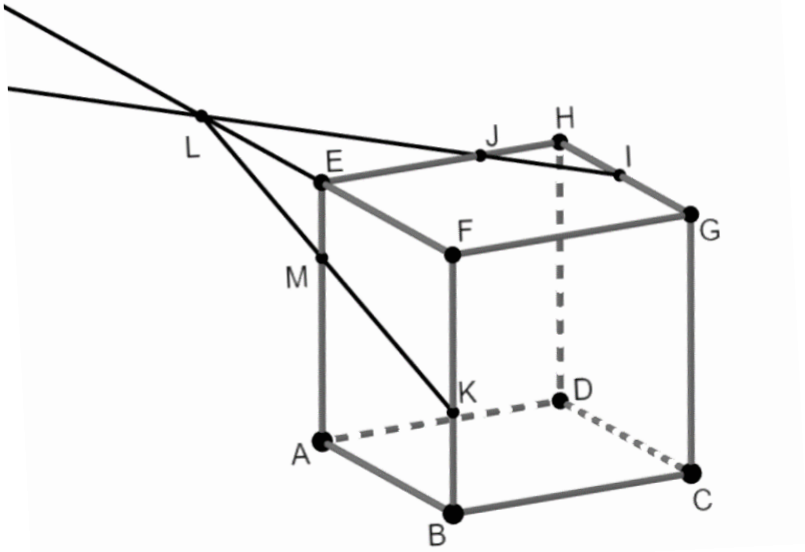
4) Punkts L pieder gan plaknei EFG, gan ABF.

5) Punktus K un L drīkst savienot, jo tie atrodas vienā plaknē ABF.

6) Taisne KL, krusto taisni AE, jo tās abas atrodas vienā plaknē ABF un to krustpunkts ir M.

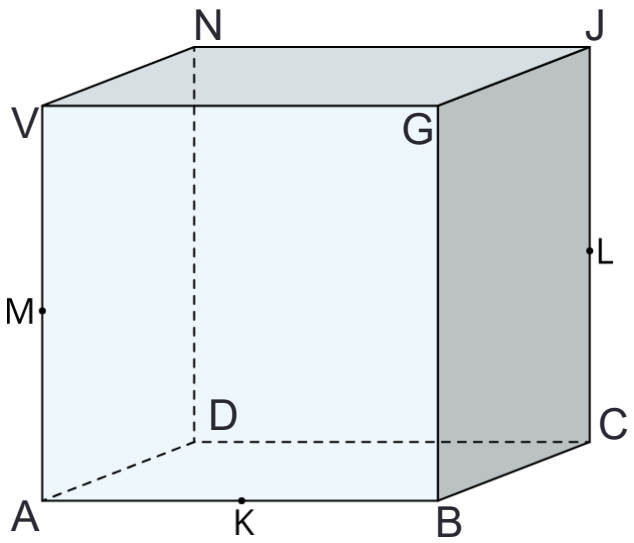
7) Punkti M un J atrodas vienā plaknē AEH (skaldnē $AEHD$) un ...

8) …



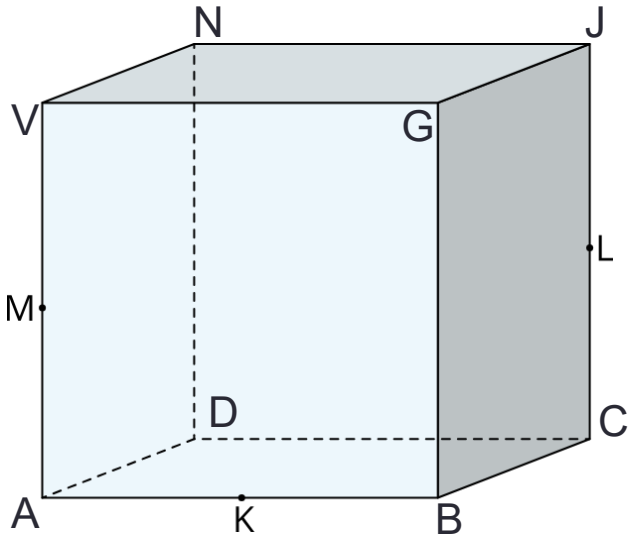
4. uzdevums

Dots kubs. Uz kuba šķautnēm atlikti punkti K, L un M. Konstruē kuba šķēlumu ar plakni KLM!
Apraksti konstrukcijas gaitu!



4. uzdevums (atrisinājums)

Dots kubs. Uz kuba šķautnēm atlikti punkti K, L un M. Konstruē kuba šķēlumu ar plakni KLM! Apraksti konstrukcijas gaitu!



1) Novelk nogriezni MK.

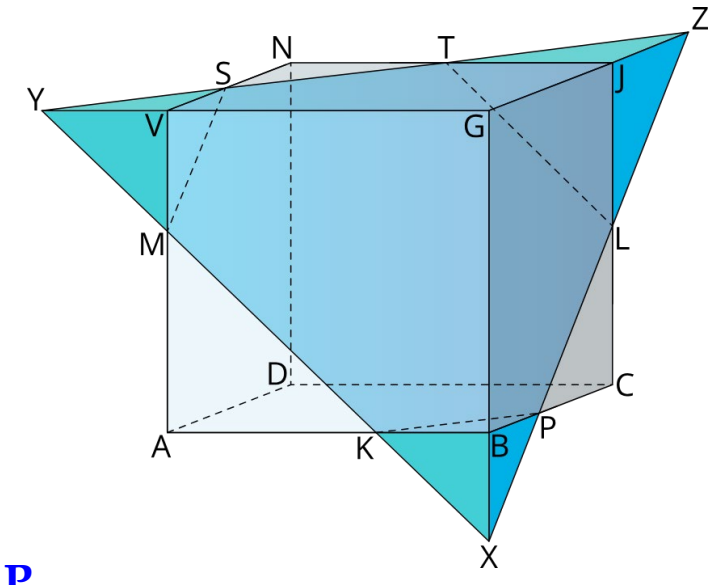
Tā kā punkti M un K pieder šķēlumam, tad arī nogrieznis MK pieder šķēlumam.

2) Pagarina MK līdz krustpunktam ar BG, šķēlumā iegūst punktu X. Tā kā X un L atrodas vienā plaknē BGJC, tos drīkst savienot, iegūst šķēluma nogriezni PL.

3) Punkti K un P atrodas vienā plaknē ADCB, tos drīkst savienot, iegūst šķēluma nogriezni KP.

4) Pagarina nogriezni MK un GV, iegūst krustpunktu Y; pagarina PL un GJ, iegūst krustpunktu Z. Gan Y, gan Z pieder vienai plaknei VNJG, tos savienojot, iegūst šķēluma nogriezni ST.

5) Savieno S ar M, jo tie atrodas vienā plaknē AVND. Savieno T ar L, jo tie atrodas vienā plaknē.



Kuba šķēlums ar plakni ir sešstūris KMSTLP.

4. Piramīdas šķēlums ar plakni

Piemērs. **Konstruē piramīdas šķēlumu ar plakni QNP! Apraksti konstrukcijas gaitu!**

1. Novelk NQ (punkti N un Q atrodas vienā plaknē ADB).

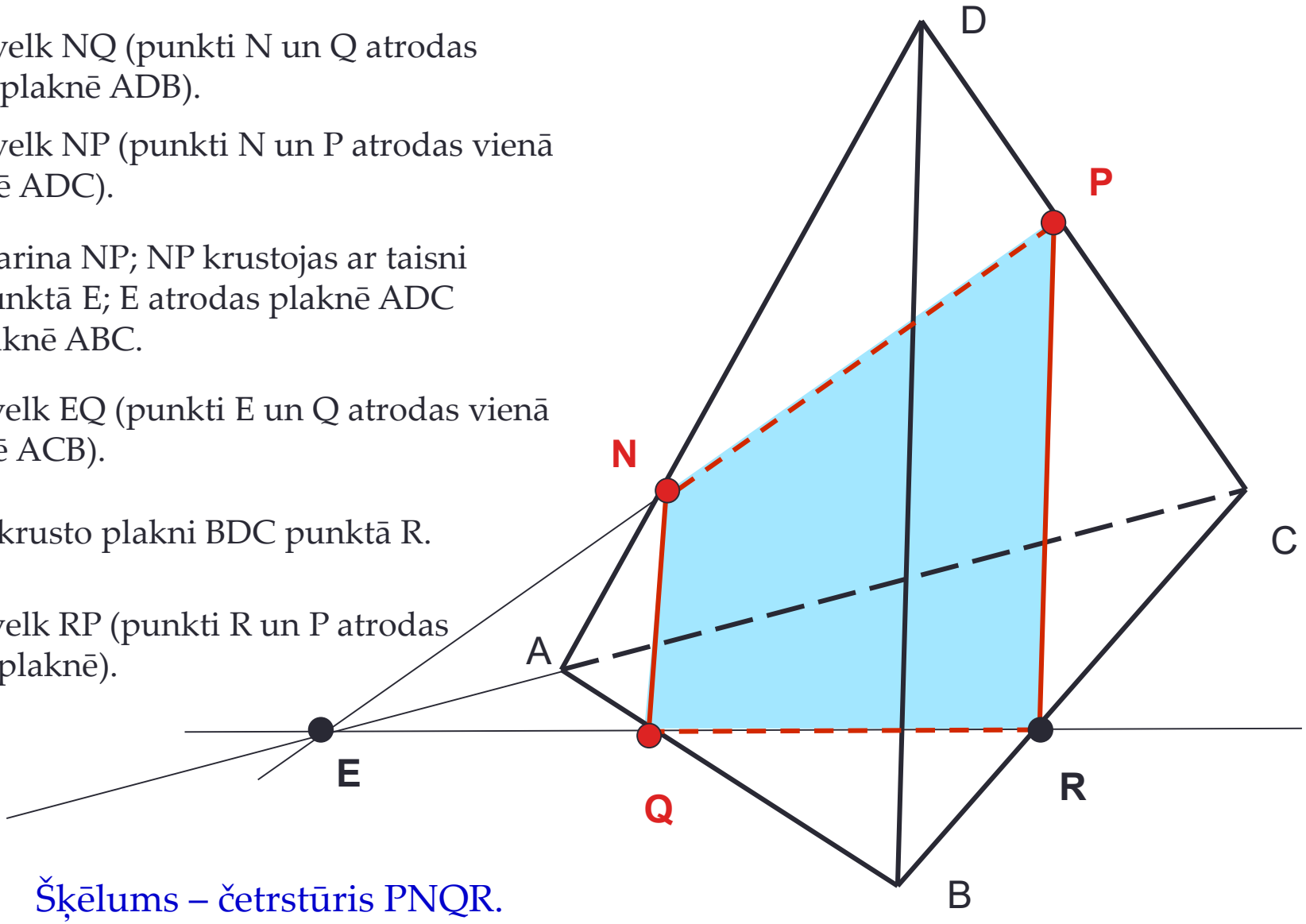
2. Novelk NP (punkti N un P atrodas vienā plaknē ADC).

3. Pagarina NP; NP krustojas ar taisni AC punktā E; E atrodas plaknē ADC un plaknē ABC.

4. Novelk EQ (punkti E un Q atrodas vienā plaknē ACB).

5. EQ krusto plakni BDC punktā R.

6. Novelk RP (punkti R un P atrodas vienā plaknē).

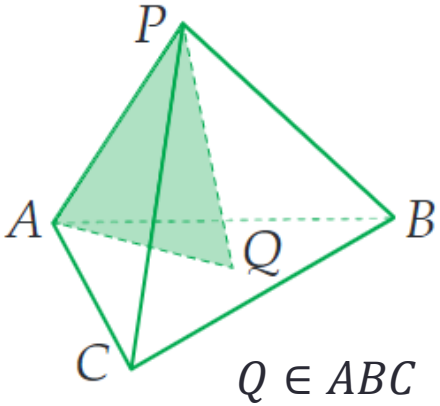


Šķēlums – četrstūris PNQR.

5. uzdevums

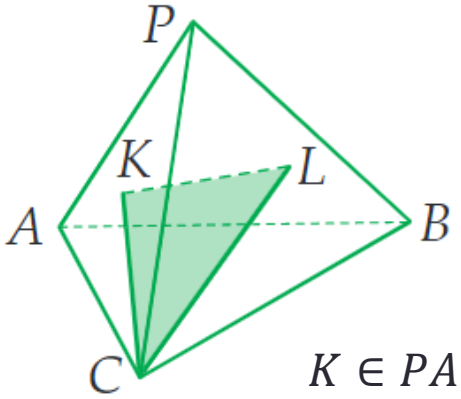
Piemēros uzzīmēts piramīdas šķēlums ar plakni. Izpētī visus attēlus un nosaki, vai šķēlums tajos ir uzzīmēts pareizi.

a)



$Q \in ABC$

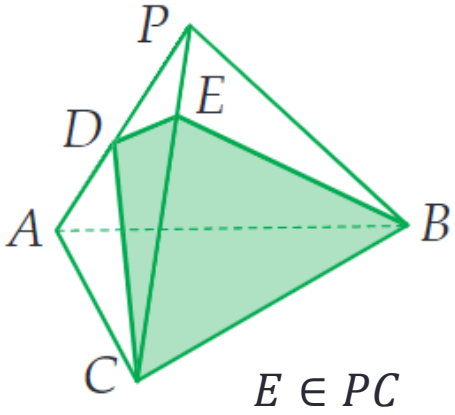
c)



$K \in PAC$

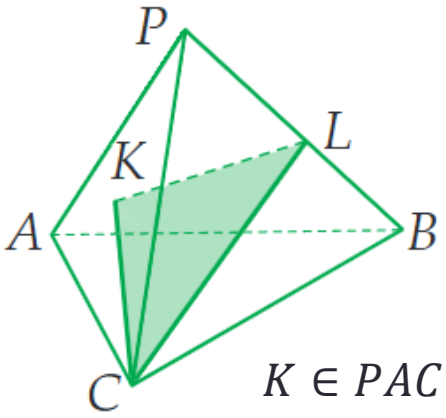
$L \in PBC$

e)



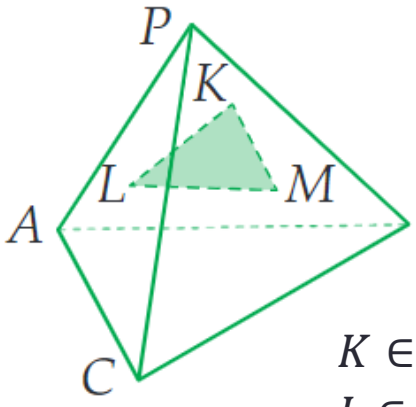
$E \in PC$

b)



$K \in PAC$

d)

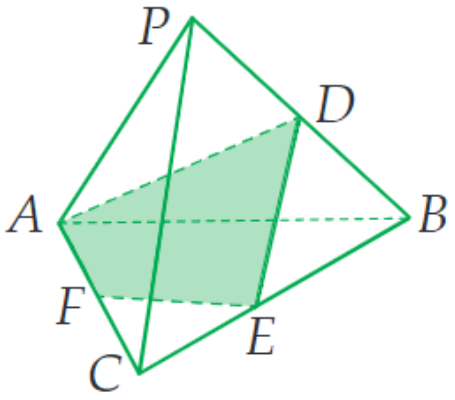


$K \in PAB$

$L \in PAC$

$M \in PBC$

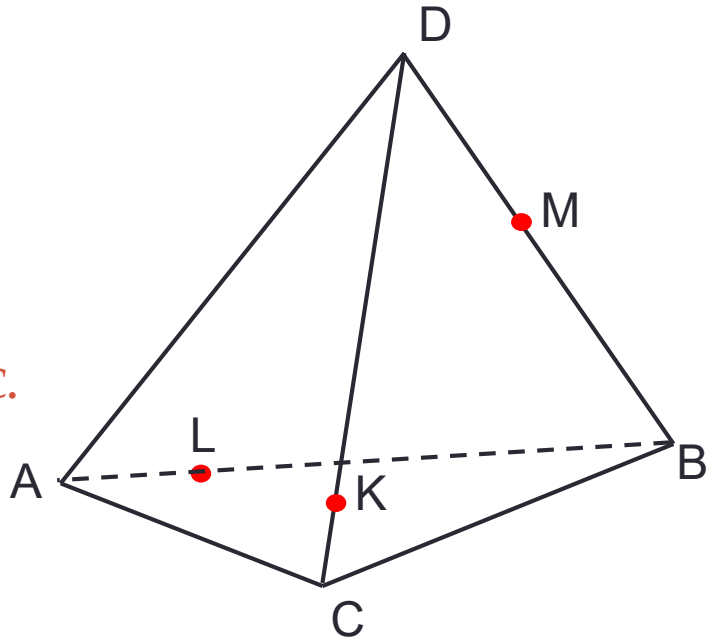
f)



6. uzdevums

Dota trijstūra piramīda DABC. Uz tās šķautnēm atlikti punkti L, M, K.

a) Konstruē punktu T, kurā taisne MK krusto plakni ABC.



b) Konstruē taisni, pa kuru šķeļas plaknes LMK un ABC.

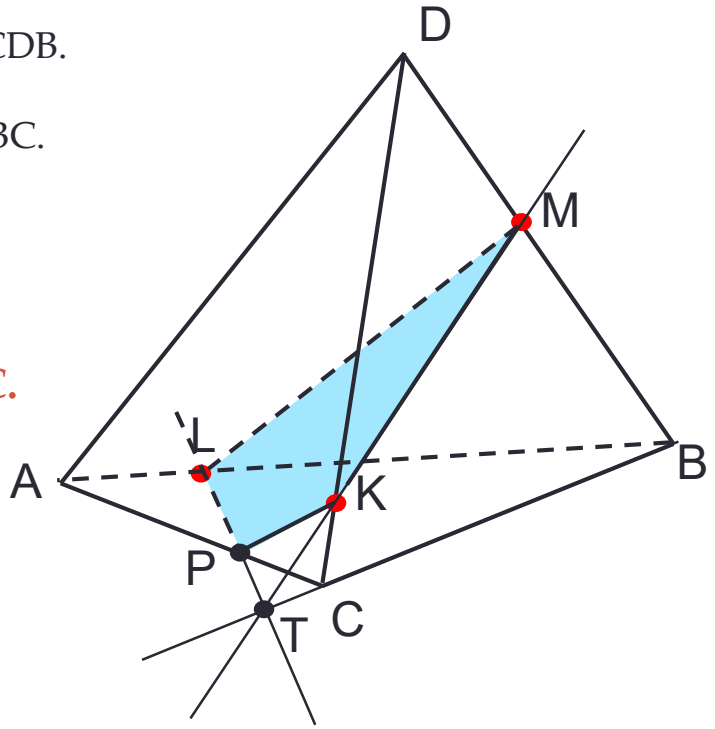
c) Konstruē piramīdas DABC šķēlumu ar plakni LMK.

6. uzdevums Dota trijstūra piramīda DABC. Uz tās šķautnēm atlikti punkti L, M, K.

a) Konstruē punktu T, kurā taisne MK krusto plakni ABC.

Punktus M un K drīkst savienot, jo tie atrodas vienā plaknē CDB.
Pagarina šķautni BC. Iegūst taišņu krustpunktu T.
Tā kā B un C atrodas plaknē ABC, tad arī T pieder plaknei ABC.

Atbilde: $\mathbf{T} = \boldsymbol{MK} \cap \mathbf{CB}$.



b) Konstruē taisni, pa kuru šķeļas plaknes LMK un ABC.

Savieno punktus T un L, jo tie abi atrodas plaknē ABC.

Plaknes LMK un ABC šķeļas pa taisni TL (var teikt arī PL vai PT).

Iegūst punktu P, kas pieder arī plaknei ADC.

Atbilde: **LMK ∩ ABC = TL.**

c) Konstruē piramīdas DABC šķēlumu ar plakni LMK.

P un K drīkst savienot, jo tie abi atrodas plaknē ADC.

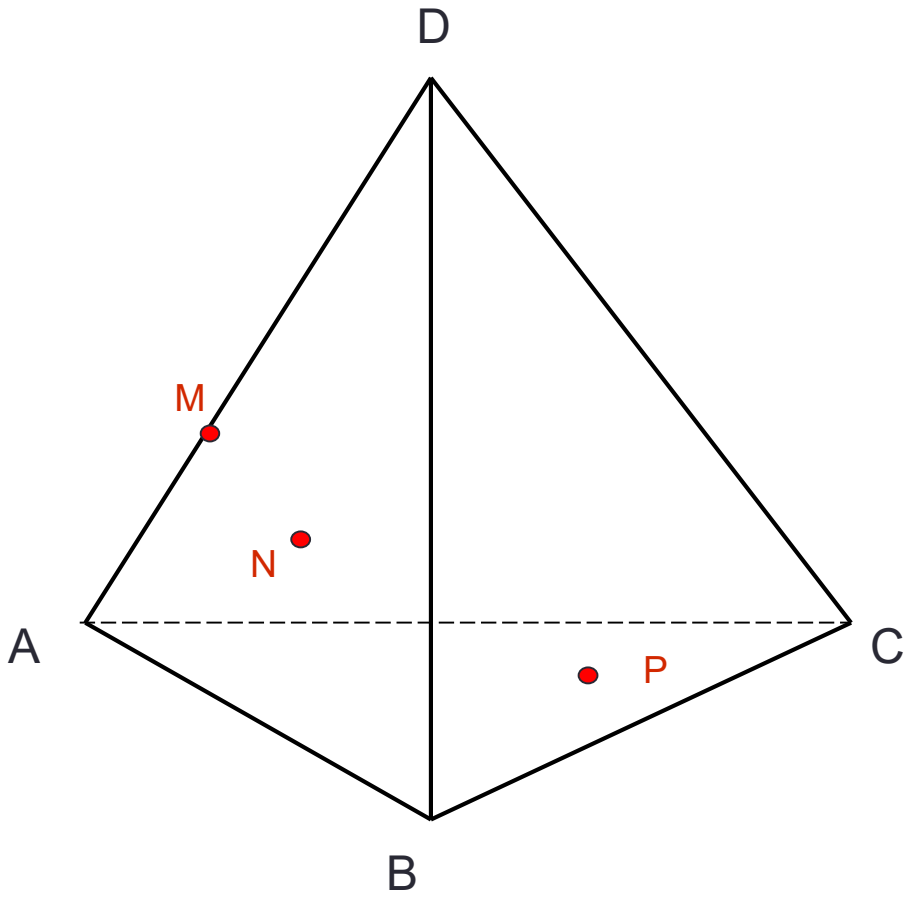
L un M drīkst savienot, jo tie abi atrodas plaknē ADB.

Atbilde: Piramīdas DABC šķēlums ar plakni LMK ir četrstūris LMKP.

7. uzdevums

Konstruē piramīdas šķēlumu ar plakni MNP!
$N \in ADB, P \in ABC$.

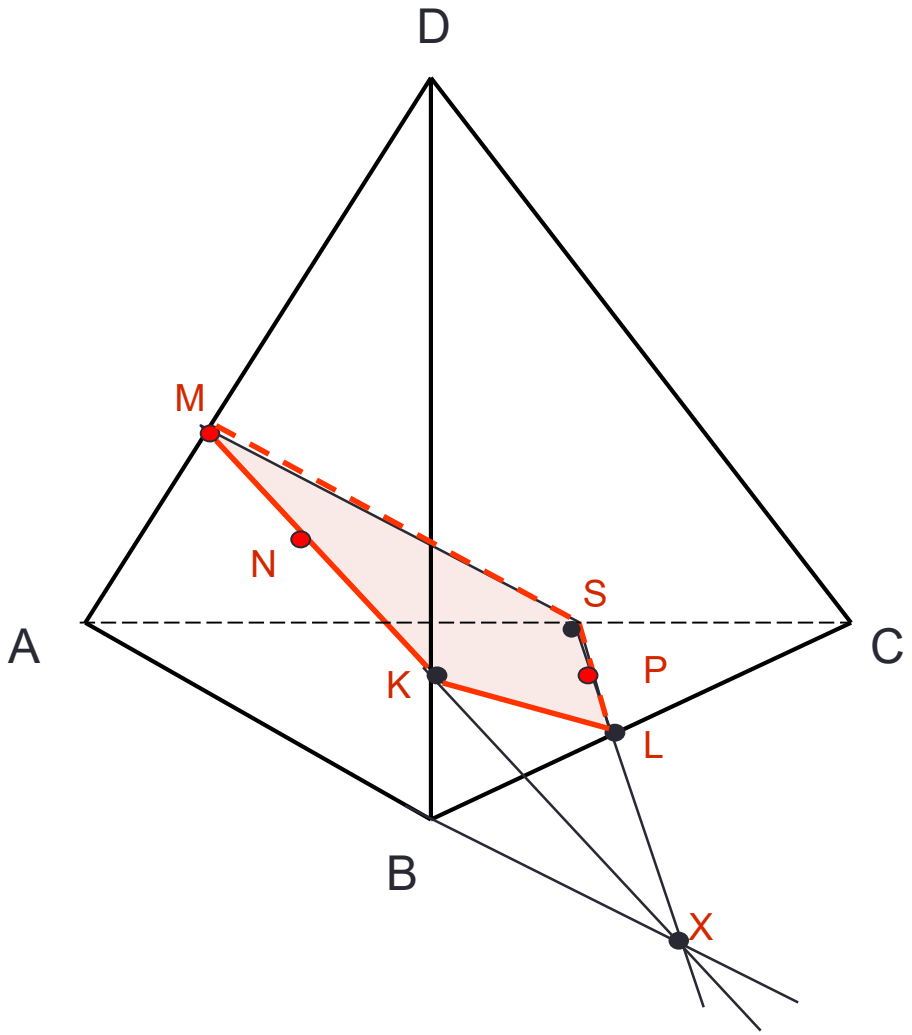
Apraksti konstrukcijas gaitu!



7. uzdevums

Konstruē piramīdas šķēlumu ar plakni MNP!
$N \in ADB, P \in ABC$.

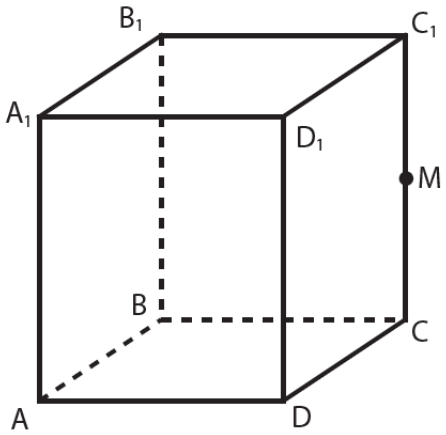
Apraksti konstrukcijas gaitu!



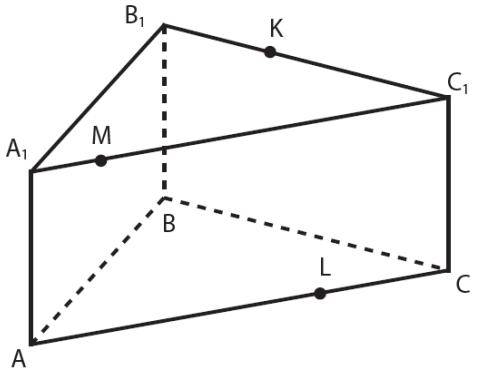
5. Uzdevumi patstāvīgajam darbam

Uzdevumi patstāvīgajam darbam

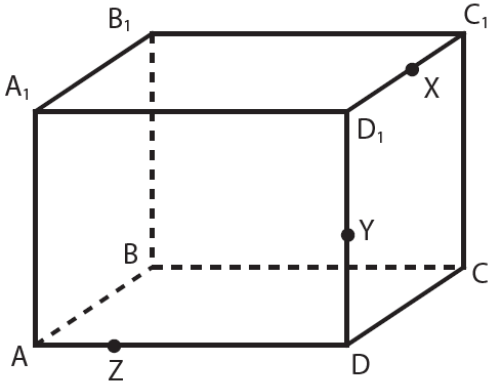
1. Konstruē regulāras četrstūra prizmas šķēlumu ar plakni, kas iet caur šķautni A_1B_1 un šķautnes CC_1 viduspunktu M!



2. Konstruē taisnas trijstūra prizmas šķēlumu ar plakni, kas iet caur punktiem K, L un M!



3. Konstruē taisnas četrstūra prizmas šķēlumu ar plakni, kas iet caur punktiem X, Y un Z! Pamato konstrukcijas gaitu!



Uzdevumi patstāvīgajam darbam

4. Konstruē kuba $ABCDA_1B_1C_1D_1$ šķēlumu ar plakni, ja tā iet caur punktiem K, L, M.

a) $K \in AB$; $L \in AA_1$; $M \in CC_1$

b) $K \in AB$; $L \in AA_1$; $M \in D_1C_1$

c) $K \in AD$; $L \in BC$; $M = C_1$

5. Konstruē trijstūra piramīdas $SABC$ šķēlumu ar plakni TUV.

a) $T \in SA$; $U \in SB$; $V \in SC$

b) $T \in SA$; $U \in SB$; $V \in AC$

c) $T \in SA$; $U \in BC$; $V \in SC$

6. Konstruē kuba $ABCDA_1B_1C_1D_1$ šķēlumu ar plakni, ja tā iet caur punktiem:

a) A, B un C_1; b) A_1, A un C; c) D, C_1 un B.

7. Uz paralēlskaldņa $ABCDA_1B_1C_1D_1$ šķautnes BC atzīmēts punkts M. Konstruē paralēlskaldņa šķēlumu ar plakni, kas novilkta caur punktu M paralēli plaknei ACC_1.

5. Literatūras saraksts

LITERATŪRAS SARAKSTS

- Skola2030 mācību un metodiskie līdzekļi
- B. Āboltiņa, D. Kriķis, K. Šteiners. *Matemātika 11. klasei.* – Zvaigzne ABC, 2012.
- E. Slokenberga, I. France, I. France. *Matemātika 11. klasei*. - Lielvārds, 2010.

Elektroniskie resursi:

- https://www.siic.lu.lv/datadir/matematika/registretieskolotaji/172.pdf
- uzdevumi.lv, virtuālā skola